

CORSO DI REGIME E PROTEZIONE DEI LITORALI

The background features a large, faint watermark of the seal of the University of Bari. The seal is circular and contains a central shield with a crown on top. The shield is divided into four quadrants by a cross. The text "de' remi facemmo ali" is written in a curve at the top of the seal, and "POLITECNICO DI BARI" is written in a curve at the bottom. The seal is centered behind a dark blue horizontal bar.

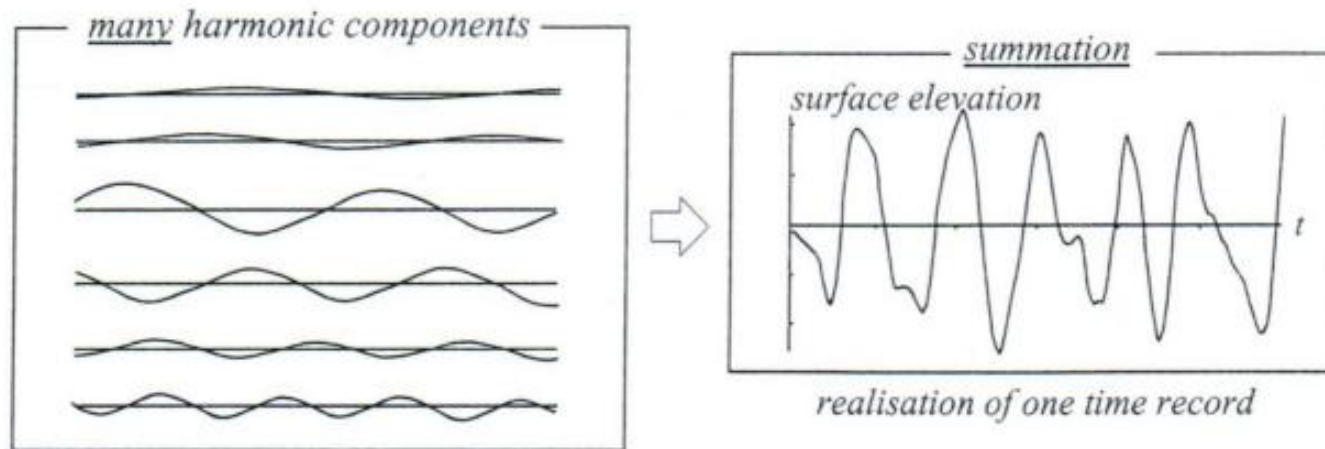
**Le onde di mare:
Rappresentazione spettrale**

A.A. 2015 – 2016

Staff Didattico: L. Damiani, M. F. Bruno, M. Molfetta, A. Saponieri, L. Pratola, M. Mali

ANALISI SPETTRALE DEL MOTO ONDOSO

La superficie del mare può essere descritta come il risultato della sovrapposizione di onde sinusoidali di ampiezza e frequenza variabili.



La posizione η della superficie del mare, rispetto al livello medio, può essere espressa in funzione del tempo come la somma di una serie di onde sinusoidali (decomposizione in serie di Fourier)

$$\eta(t) = \sum_{j=1}^N a_j \cos(\omega_j t - \delta_j)$$

in cui

a_j è l'ampiezza della j -esima componente,

\check{S}_j è la frequenza angolare $2\pi/T_j$

u_j è la fase della j -esima onda nella sezione di osservazione $x=0$.

Il segnale random viene così trasformato in un pacchetto di segnali regolari.

La rappresentazione spettrale permette di caratterizzare uno stato di mare con la successione discreta delle a_j , date in funzione delle frequenze (spettro di ampiezza o trasformata di Fourier).

Nella realtà si fa però più spesso ricorso alla funzione che lega a_j (o f_j) con a_j^2 (spettro di potenza o di varianza):

poiché è stato dimostrato (Kinsman, 1965) che l'energia media di un treno d'onde è proporzionale al valore medio del quadrato dell'elevazione, si può comprendere l'utilità di questa rappresentazione.

Nel seguito lo spettro di potenza viene indicato come S o E .

Lo spettro può essere indicato in funzione della frequenza f o di $\omega = 2\pi f$

Si può dimostrare che il quadrato della deviazione standard σ_η delle elevazione è proporzionale alla somma dei quadrati delle a_j

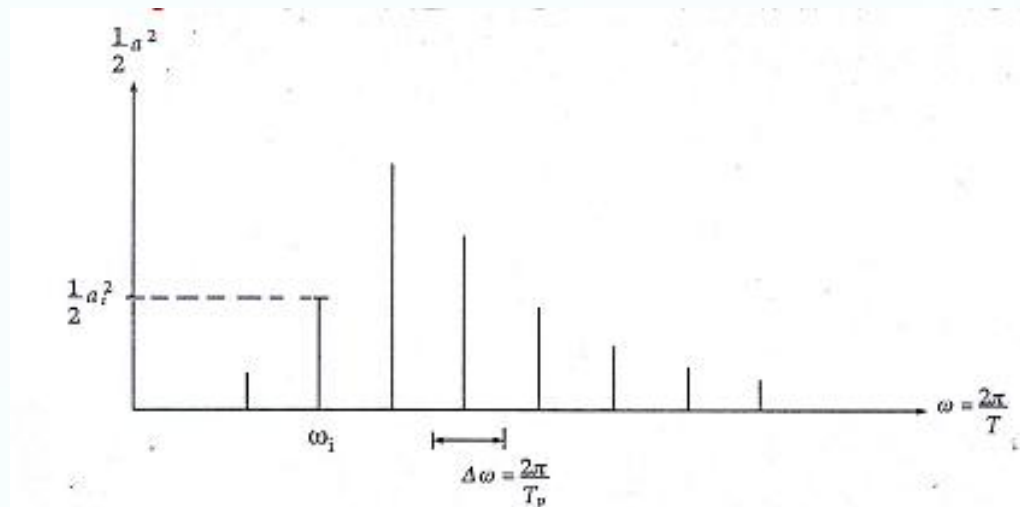
$$\dagger^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N a_j^2$$

La distribuzione dell'energia dell'onda, chiamata spettro di frequenza, espressa in funzione della frequenza può essere scritta

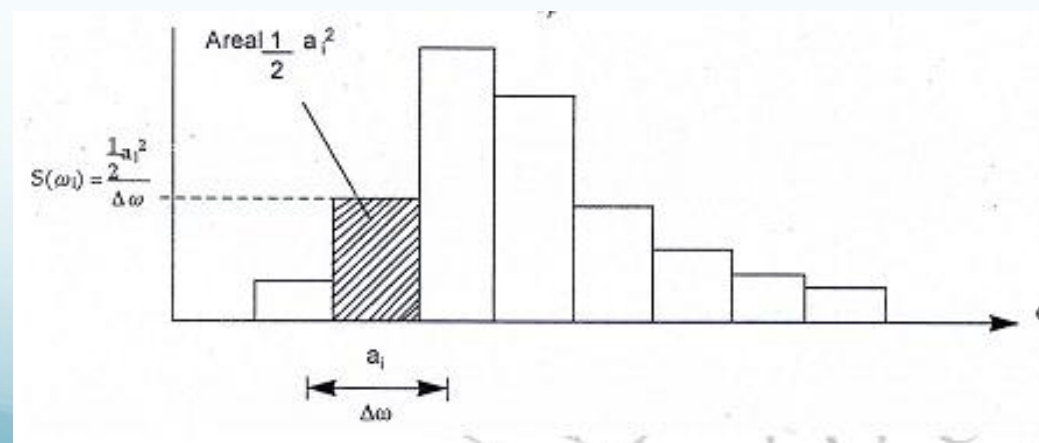
$$E(\omega_j)(\Delta\omega)_j = \frac{1}{2} a_j^2$$

Combinando le due equazioni si ottiene l'espressione dello spettro di energia continuo

$$\dagger^2 = E(\check{S}) = \int_0^\infty E(\check{S}) d\check{S}$$



Ricavato, lo spettro discreto si costruisce un'istogramma in cui in ogni barra sono raggruppate le onde che hanno valori di frequenza molto vicini. L'energia del moto ondoso è pari all'area sottesa da ogni rettangolo

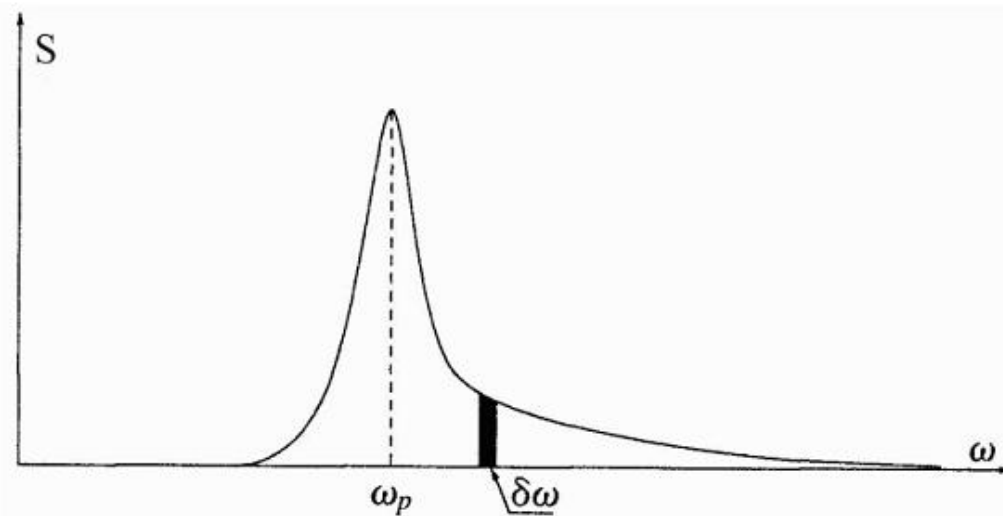


Lo spettro di un'onda monocromatica, avendo una sola frequenza, risulta costituito da un solo segmento proporzionale all'energia associata all'onda stessa.

Le onde irregolari, quindi, essendo composte da più onde sinusoidali, hanno l'energia distribuita sulle diverse frequenze.

Con lo spettro si assegna a ciascuna frequenza la corrispondente energia, individuando, così, le frequenze dominanti nel campo d'onda, cioè quelle a cui corrispondono i valori più elevati di $E(\omega)$.

Il numero delle frequenze di picco indica il numero di treni che compongono l'onda.



Rappresentazione tipica di uno spettro relativo alle onde di vento (ossia onde nell'area di generazione con il vento alle spalle).

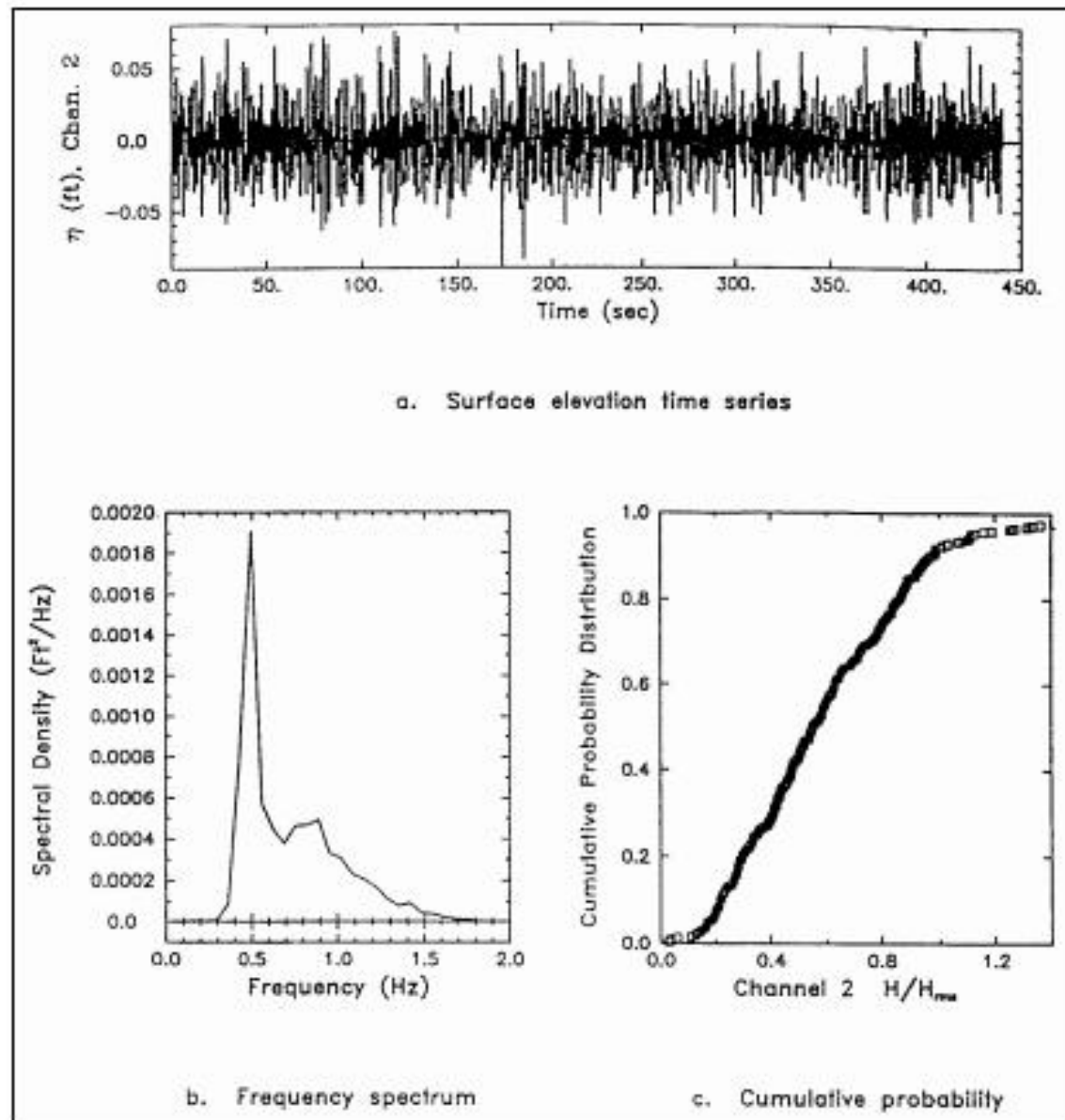


Figure II-1-32. Surface elevation time series of an irregular wave and its spectrum (Briggs et al. 1993)

I momenti n-esimi dello spettro sono definiti come

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n E(f) df$$

Il momento di ordine 0, che coincide con la varianza, è uguale all'area sottesa dalla curva, risulta quindi che l'area sotto la curva è pari alla densità di energia.

Dalla distribuzione di Rayleigh risulta che

$$H_{rms} = 2\sqrt{2}\sqrt{E}$$

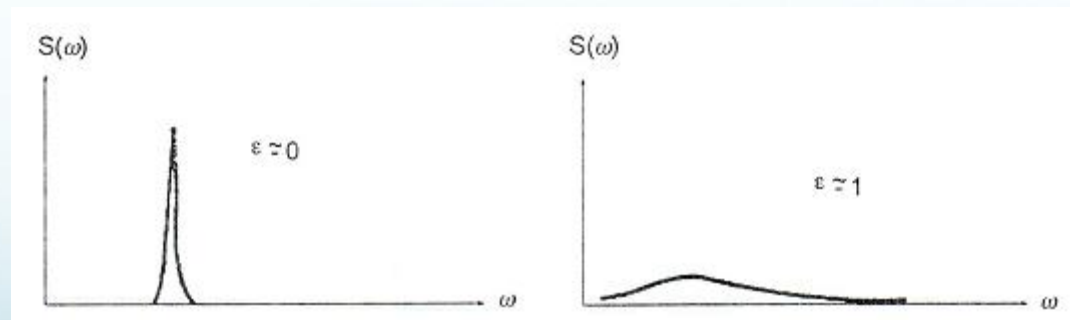
$$H_s = \sqrt{2}H_{rms}$$

combinando le equazioni si arriva alla definizione delle caratteristiche dell'onda in funzione di m_0 (altezza d'onda spettrale)

$$H_{m0} = 4\tau = 4\sqrt{m_0}$$

Gli spettri si distinguono a seconda dell'ampiezza dell'intervallo in cui variano le frequenze: spettri a banda stretta tipici delle onde in acque profonde, in cui la distribuzione delle frequenze è concentrata attorno la frequenza dominante, e spettri a banda larga caratteristici delle onde in acque basse, in cui l'intervallo delle frequenze è ampio.

Gli spettri, infatti, propagandosi da largo verso riva subiscono delle trasformazioni: a causa dell'interazione con il fondale subentrano delle non linearità nella distribuzione dell'energia sulle frequenze, che provocano un appiattimento dello spettro.



Gli indici di ampiezza spettrale possono essere espressi come:

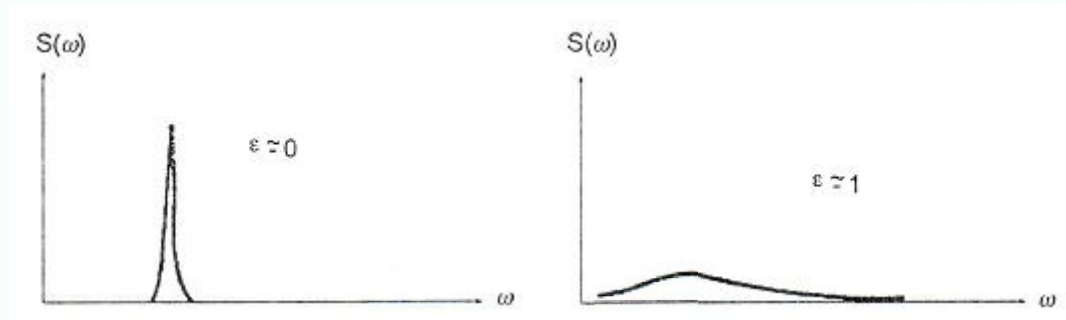
$$v_2 = \sqrt{\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1}$$

(narrowness factor)

$$v_4 = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}$$

(broadness parameter),

Entrambi variabili fra 0 ed 1



$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}$$

Spettro a banda stretta $\varepsilon \longrightarrow 0$

Spettro a banda larga $\varepsilon \longrightarrow 1$

Distribuzione di Rayleigh $\implies \varepsilon \cong 0$

In acque profonde

$$H_s \cong H_{mo}$$

In acque basse

$$H_s > H_{mo}$$

$$T_m = T_z = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}}$$

$$T_s = 1,24T_m$$

ANALISI SPETTRALE DIREZIONALE

Per avere una descrizione più dettagliata del moto ondoso, è necessario tenere conto del fatto che non tutte le onde si propagano nella stessa direzione.

Si definisce, quindi, lo spettro direzionale, funzione della frequenza e della direzione di propagazione.

Analogamente a quanto è stato detto per gli spettri monodirezionali si definiscono l'elevazione

$$\eta(x, y, t) = \sum a_j \cos(\omega_j t - \phi_j - k_j (x \cos\theta_j + y \sin\theta_j))$$

dove

$k_j = 2\pi / L_j$ è la lunghezza d'onda della j -esima componente,

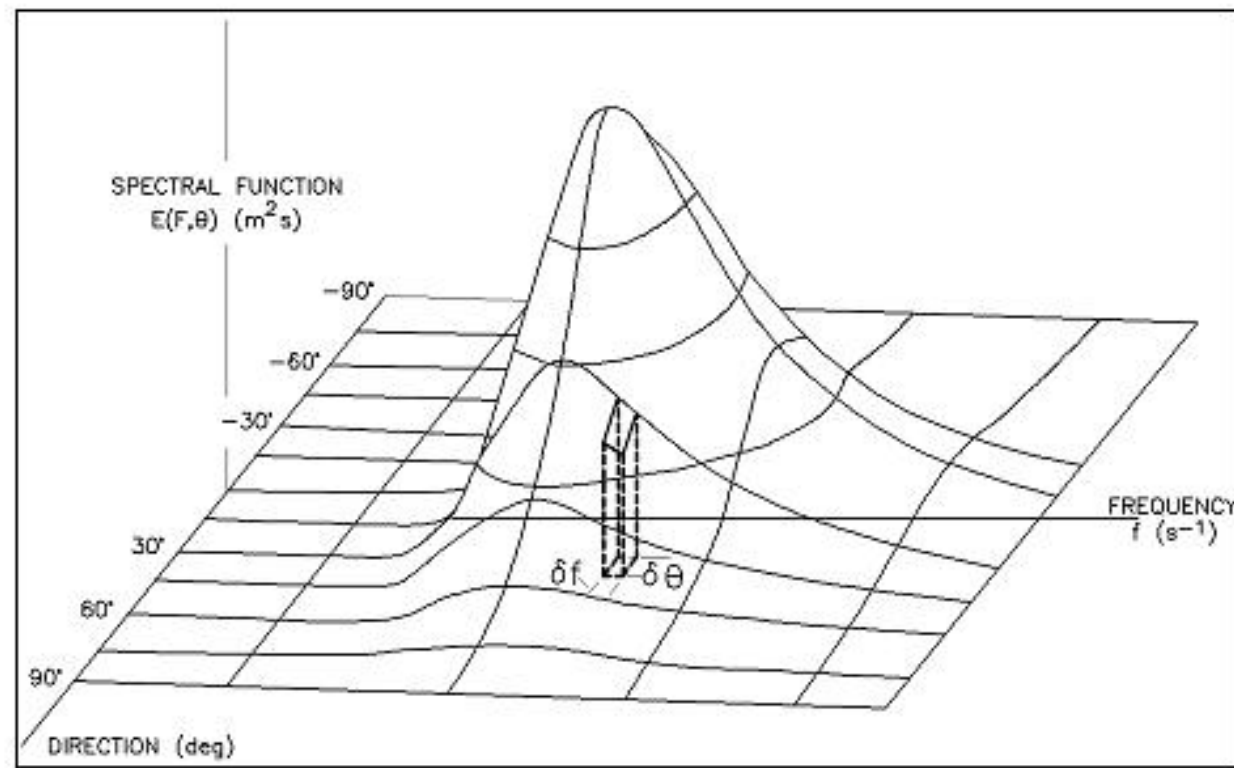
ϕ_j è la fase della j -esima onda al tempo $t=0$,

θ_j è l'angolo tra l'asse delle x e la direzione di propagazione della j -esima componente

lo spettro direzionale dell'energia

$$E(\check{S}_{, ,,}) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E(\check{S}_{, ,,}) d\check{S} d_{, ,,}$$

con il quale è possibile identificare le frequenze e le direzioni prevalenti.



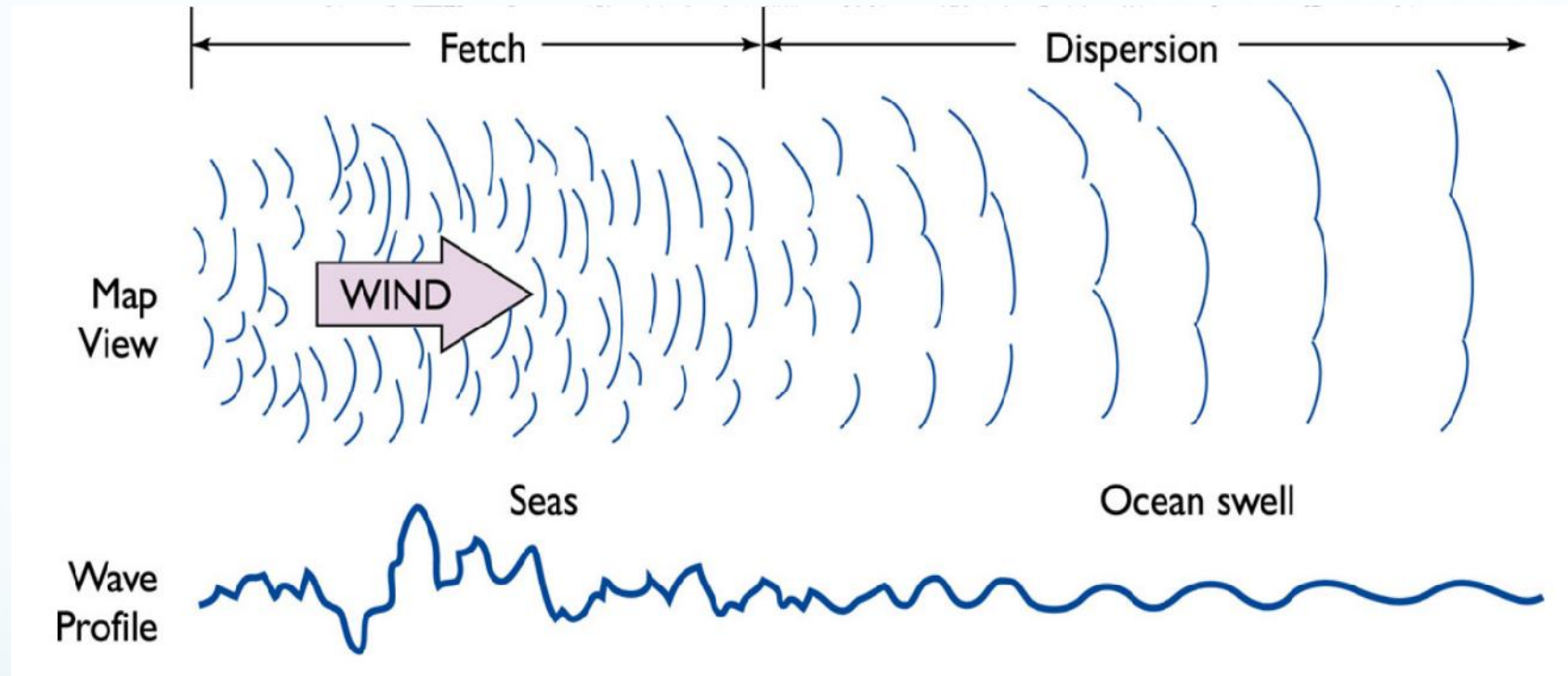
FORME SPETTRALI STANDARD

Lo spettro di energia può essere stimato, se sono disponibili le registrazioni del moto ondoso, dall'analisi delle elevazioni η della superficie del mare che si sono succedute durante la mareggiata, oppure, e questo è il metodo comunemente utilizzato nella pratica, facendo riferimento a forme standard ricavabili in funzione dei dati anemometrici.

In pratica si ipotizza che lo spettro abbia forma costante, e sia funzione della velocità del vento, della durata della perturbazione e della dimensione dell'area di generazione.

Le forme parametriche più note sono quelle di Pierson-Moskowitz e principalmente lo spettro JONSWAP (Joint North Sea Wave Project) conosciuto anche come TMA, proposto dopo una campagna di raccolta dati nel Mare del Nord che si adatta bene a descrivere il moto ondoso di mari non molto estesi come il Mediterraneo.

FORMAZIONE DELLE ONDE



L'ALTEZZA DELL'ONDA DIPENDE DALLE CARATTERISTICHE DEL VENTO (DURATA, VELOCITA' E DIREZIONE) E DALLE DIMENSIONI DEL FETCH

SPETTRO DI PIERSON-MOSKOWITZ

rappresentativo delle condizioni di mare completamente sviluppato, condizione che si verifica quando il vento soffia per un lungo periodo su un fetch (viene così chiamata l'area di generazione delle onde) molto esteso.

Le caratteristiche del moto ondoso dipendono solo dalla velocità del vento - Condizione tipica nei grandi mari.

L'energia $E(\omega)$ per ogni singola frequenza è espressa in funzione della sola velocità del vento

$$E(f) = \frac{\alpha g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp \left[-\beta \left(\frac{f}{f_p} \right)^4 \right]$$

dove $\alpha = 0,0081$ e $s = 0,24$ sono due costanti adimensionali,

$f_p = \frac{g}{2\pi U_w}$ con g accelerazione di gravità e U_w velocità del vento

SPETTRO JONSWAP

Lo spettro di un'onda in crescita nell'area di generazione, è stato proposto nell'ambito del progetto JONSWAP (1973), da Hasselman:

$$E(f) = \frac{rg^2}{(2f)^4 f^5} \exp\left[-\frac{5}{4} \left(\frac{f}{f_p}\right)^4\right] \cdot X \exp\left[-\frac{(f - f_p)^2}{(2\pi f_p)^2}\right]$$

i parametri di cui lo spettro è funzione sono i seguenti:

- r , la costante di Phillips, calcolata come

$$r = 0.076 \left(\frac{gF}{U_{10}^2} \right)^{-0.22}$$

- f_p , la frequenza di picco (la frequenza a cui compete la massima energia),

$$f_p = \frac{3.5g}{U_{10}^2} \left(\frac{gF}{U_{10}^2} \right)^{-0.33}$$

- x , il fattore di picco o coefficiente di amplificazione,

$$x = 4.42 \left(\frac{f_p U_{10}}{g} \right)^{3/7}$$

variabile tra 1 e 7 e non è costante durante lo sviluppo del moto ondoso.
Si può assumere un valore medio per regime stazionario:

$$\gamma = 3,3$$

$\gamma = 1 \longrightarrow$ JONSWAP Pierson-Moskowitz

- \dagger , il fattore di forma, che varia a seconda della frequenze

$$\dagger = 0,07 \quad \text{per } f < f_p$$

$$\dagger = 0,09 \quad \text{per } f > f_p.$$

- Spettro monodirezionale.
- Spettro unimodale: una sola frequenza di picco a cui è associata la massima energia.
- Concentrazione di energia attorno al picco di frequenza è maggiore rispetto al Pierson-Moskowitz

$$v_4 = 0,628 \quad v_2 = 0,329$$

$$m_o = \int_0^{\infty} E(f) df$$

$$H_{mo} = 4\sqrt{m_o} \quad T_p = 1/f_p$$

